大一普通物理實驗

下冊目錄

實 驗 須 知

普通物理實驗是理工科同學要學各門科技之重要基礎訓練。做普通物理實驗之目的在（1）了解儀器之基本功能與使用方法，訓練實驗工作之基礎技術，以便將來從事精準之實驗。（2）驗證一些物理定律是實驗觀察、歸納之結果。（3）藉實驗報告之撰寫，訓練如何從一堆數據整理出有意義之圖表，增進同學之分析、思考與表達能力，作為日後撰寫科技論文之基礎。而培養同學力求真知之踏實做事態度和將實驗心得全部表達出來之能力比精確驗證既有之理論重要，希望同學從物理實驗中體會，做到實驗前之周詳考慮與準備，實驗時膽大心細與沈著、耐心克服困難之毅力，實驗後數據整理、分析、判斷，必有充分理由才可捨異常數據之嚴謹態度。

實驗數據處理方法，是實驗工作中很重要的一環。要完整而精確地表示實驗量得之物理量，需數量、精確度和單位三者缺一不可。記錄實驗數據時要使用適當位數之有效數字，以正確表達實驗之精確度。例如： 某生對同一長度做三次量度，分別為 12.55 厘米、12.58 厘米和 12.57 厘米，這量測前三位數字 12.5 當然正確，而第四個數字是可疑的估計值，取平均值時，第四位以後應四捨五入，保留四位有效數字才有意義，故正確平均值應為 12.57 厘米，而非 12.5666 厘米。要注意有效數字與小數點位置無關，例如： 鈉光之波長 0.00005893 厘米，前五個零是用來決定小數點位置，589 是準確值，3 是估計值，通常以數量級來簡化這冗長之數字，它可記為 $5.893*10^{-5}$ 厘米，也可記為 $5893*10^{-8}$ 厘米。有效數字的運算原則如下（1）<u>當單位相同的物理量相加或相減時，其結果的有效位數不能多於原數中在小數部分的有效位數最少者的位數</u>。（2）<u>兩數相乘或相除，其結果的有效位數不能多於原兩數中有效位數最少者的位數，但兩數相乘若有進位，則有效數字增加一位</u>。例如質量 6.78 Kg 的物體有 31.82 m/sec^2 加速度，則它受力為 $215.7396 \cong 2.157 \times 10^2$ N，力的有效位數比質量增加一位。

用儀器量度物理量時，無論儀器製作多麼精良，無論做實驗多麼小心，均不可能得到 『絕對準確』之數據，實驗誤差大致分為兩大類（1）系統誤差(System Error)、（2）統計誤差(Statistical Error)。系統誤差又分：設備系統誤差、環境系統誤差及人為誤差。設備系統誤差是儀器製作或保養不夠精良產生，故實驗前需先知道該儀器之量度精密度並做零點校正。環境系統誤差來至外在環境因素，如：溫度改變、氣壓不穩、電磁波、地磁....等等的干擾，必要時需特別設計降低環境之影響，人為誤差有些是實驗者之習慣或偏見所引起，有些是疏忽所造成：前者可由不同人量取數據平均，使人為誤差降至最小：後者發生則需找疏失之確實證據，才可捨該數據而重做，若你發現系統誤差使測量值比標準值高，則需改善誤差原因後再量，否則量再多次其結果都比標準值高。

統計誤差又叫隨機誤差(Random Error)是一種機率問題，是觀測者所能控制的

只有增加實驗次數，將相同物理量取多次實驗數據，用統計分析，以得到較接近真確值的結果。

底下介紹統計分析中常用的幾個術語與它們之計算法：

【1】算術平均值簡稱平均值(Mean Value)：

如果對同一物理量做 n 次測量，每次所得數據分別為：X_1，X_2，…，X_n，則其平均值

$$\overline{X}=\frac{X_1+X_2+....+X_n}{n}=\sum_{i=1}^{n}\frac{X_i}{n}$$

【2】偏差(Deviation)：

一個特定數據與整組數據之算術平均值之差 d 叫偏差或實際誤差。即

$$d_1=X_1-\overline{X} \quad , \quad d_2=X_2-\overline{X} \ , \ \ldots \ , \ d_n=X_n-\overline{X}$$

偏差數值有正、有負，整組數據之偏差總和為零。實驗時較不重視實際誤差，因可能實際誤差不小，但百分誤差或平均標準差卻很小。

【3】平均偏差(Average Deviation)或叫精確度：

$$D=\frac{|d_1|+|d_2|+\ldots+|d_n|}{n}=\sum_{i=1}^{n}\frac{|d_i|}{n}$$

【4】百分誤差 e %$=\dfrac{D}{\overline{X}}\times 100\%$ **或叫相對誤差。**

【5】標準差(Standard Deviation)：

$$\sigma=\sqrt{\frac{d_1{}^2+d_2{}^2+\ldots+d_n{}^2}{n}}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\frac{d_i{}^2}{n}}=\sqrt{\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}X_i{}^2\right)-\overline{X}^2}$$

通常一物理量 X **之測量值可表示為** $X=\overline{X}\pm D$ **，或** $X=\overline{X}(1\pm e\%)$ **，或** $X=\overline{X}\pm\sigma$ **，而以** $X=\overline{X}\pm\sigma$ **表示較準。**

【6】導出量之誤差：

導出量是由幾個基本量運算而得，如密度等於質量除以體積，故導出量之平均誤差必由直接測量之各量的誤差經加、減、乘、除運算出來的。

(A).加減運算

若有幾個物理量其值與誤差分別為 $\bar{X}_1 \pm \sigma_1$，$\bar{X}_2 \pm \sigma_2$，...

則 $(\bar{X}_1 \pm \sigma_1) + (\bar{X}_2 \pm \sigma_2) + \ldots$

$= (\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \ldots) \pm (\sigma_1 + \sigma_2 + \ldots)$

以上以統計觀念運算正確結果為

$$(\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \ldots) \pm \sqrt{(\sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2 + \ldots)}$$

同理，減的運算中

$$(\bar{X}_1 \pm \sigma_1) - (\bar{X}_2 \pm \sigma_2) - \ldots$$

以平均標準差表示，則為

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \ldots) \pm \sqrt{(\sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2 + \ldots)}$$

即加減運算中誤差都是相加。

(B). 乘除運算

乘的運算

$$(\bar{X}_1 \pm \sigma_1)(\bar{X}_2 \pm \sigma_2) = \bar{X}_1\bar{X}_2 \pm (\bar{X}_1\sigma_2 \pm \bar{X}_2\sigma_1) \pm \sigma_1\sigma_2$$

$$\approx \bar{X}_1\bar{X}_2\left[1 \pm \left(\frac{\sigma_1}{\bar{X}_1} + \frac{\sigma_2}{\bar{X}_2}\right)\right] \quad (\sigma_1\sigma_2\text{兩很小誤差乘積可略})$$

所以其百分誤差相加。上式以平均標準差表示為

$$\bar{X}_1\bar{X}_2\left[1 \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{\bar{X}_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{\bar{X}_2}\right)^2}\right]$$

除的運算

$$\frac{\bar{X}_1 \pm \sigma_1}{\bar{X}_2 \pm \sigma_2} \approx \frac{\bar{X}_1}{\bar{X}_2}\left[1 \pm \left(\frac{\sigma_1}{\bar{X}_1} + \frac{\sigma_2}{\bar{X}_2}\right)\right]$$

其百分誤差亦相加。上式以平均標準差表示則為

$$\frac{\overline{X}_1}{\overline{X}_2}\left[1\pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_1}{\overline{X}_1}\right)^2+\left(\frac{\sigma_2}{\overline{X}_2}\right)^2}\,\right]$$

即乘除運算中，分數誤差或百分誤差都是相加。

(C).冪次之乘除

$$\overline{X}\pm\sigma=\overline{X}\left(1\pm\frac{\sigma}{\overline{X}}\right)=\overline{X}(1\pm p),\quad p=\frac{\sigma}{\overline{X}}\quad \text{為分數誤差比}1\text{小}$$

$$(1\pm p)^2\approx 1\pm 2p \text{ 、 } (1\pm p)^n\approx 1\pm np \text{ 、 } \frac{1}{1\pm p}\approx 1\mp p \text{ 、 } \frac{1}{(1\pm p)^n}\approx 1\mp np$$

$$(1+p)^n(1-p)^m\approx 1+(n-m)p \quad , \quad \frac{(1+p)^n}{(1-p)^m}\approx 1+(n+m)p$$

例題：測量一物體做圓周運動之向心力，以 0.1 克刻度之天平量得質量 m=70.10 克，經九次測量得到之 v=24.9 厘米／秒，其平均誤差 D=0.03 厘米／秒，平均標準差 σ＝0.03 厘米／秒，以精密度為 0.1 毫米之尺量得半徑 r=33.25 厘米。則

$$
\begin{aligned}
& m = 70.10\pm 0.05 = 70.10(1\pm 0.00071) \ \text{克} \\
& v = 24.9\pm 0.03 = 24.9(1\pm 0.0012) \qquad cm/\mathrm{sec} \\
& v^2 = 620(1\pm 0.0024) \\
& r = 33.25\pm 0.005 = 33.25(1\pm 0.00015) \qquad cm \\
& m\frac{v^2}{r} = 70.10(1\pm 0.00071)\frac{620(1\pm 0.0024)}{33.25(1\pm 0.00015)} \\
& \qquad = 1307.13[1\pm(0.00071+0.0024+0.00015)] \\
& \qquad = 1307.13(1\pm 0.00326) \\
& \qquad = 1307.13\pm 4.26 \qquad dynes
\end{aligned}
$$

或

$$
\begin{aligned}
& m\frac{v^2}{r} = 1307.13\left[1\pm\sqrt{(0.00071)^2+(0.0024)^2+(0.00015)^2}\,\right] \\
& \qquad = 1307.13(1\pm 0.0025) \\
& \qquad = 1307.13\pm 3.27 \qquad dynes
\end{aligned}
$$

【7】線性關係的最小平方誤差法：

假設我們從實驗中獲得 N 組實驗數據 (x_i, y_i)，其中 x_i 是自變數； y_i 是應變數。若將這 N 組數據標於 x-y 座標圖上，發現這 N 個座標點有排列成直線的趨勢，可將適合此 N 組數據的理想直線寫成

$$y(x) = mx + b \qquad (1)$$

式中 m 與 b 為二待定常數。
每一個實驗值的自變數 x_i 其對應的應變數 y_i 與理想直線的 $y(x_i)$ 間都有一誤差 d_i，此

$$d_i = y(x_i) - y_i \qquad (2)$$

令 $$d^2 = \sum_{i=1}^{N} d_i^{\ 2} = \sum_{i=1}^{N} [y(x_i) - y_i]^2 = \sum_{i=1}^{N} (mx_i + b - y_i)^2 \qquad (3)$$

d^2 有最小值的條件為

$$\frac{\partial d^2}{\partial m} = 0 \quad , \quad \frac{\partial d^2}{\partial b} = 0 \qquad (4)$$

由（4）式得

$$m\sum_{i=1}^{N} x_i^{\ 2} + b\sum_{i=1}^{N} x_i = \sum_{i=1}^{N} x_i y_i \qquad (5)$$

$$m\sum_{i=1}^{N} x_i + Nb = \sum_{i=1}^{N} y_i \qquad (6)$$

由（5）和（6）式可解得 m 和 b 值為

$$m = \frac{N\sum x_i y_i - \left(\sum x_i\right)\left(\sum y_i\right)}{N\sum x_i^{\ 2} - \left(\sum x_i\right)^2} \qquad (7)$$

$$b = \frac{\left(\sum y_i\right)\left(\sum x_i^{\ 2}\right) - \left(\sum x_i y_i\right)\left(\sum x_i\right)}{N\sum x_i^{\ 2} - \left(\sum x_i\right)^2} \qquad (8)$$

若有一組實驗測量值為

x	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0
y	2.0	3.0	5.0	5.0	9.0	8.0	10.0

則 N=7、$\sum x_i = 21$、$\sum x_i y_i = 164$、$\sum y_i = 42$、$\sum x_i^{\ 2} = 91$代入(7)和(8)式得 m=1.35、b=1.92 即 $y = 1.35x + 1.92$

【8】非線性關係數據之處理：

若在直角座標上實驗數據並無線性關係，可嘗試將這些實驗數據畫在對數座標紙上，若將 N 組數據畫在全對數座標紙上有排列呈線性的趨勢，則適合此 N 組數據的理想直線可寫成

$$\log y = m\log x + \log b \tag{9}$$

用最小平方誤差法求出 m 和 b 值，則 y 與 x 的關係式為

$$y = bx^m \tag{10}$$

若將 N 組數據畫在半對數座標紙上有排列成線性的趨勢，半對數座標是橫軸是數據的真值，而縱軸是數據的對數值。則適合此 N 組數據的理想直線可寫成

$$\log y = mx + \log b \tag{11}$$

用最小平方誤差法求出 m 和 b 值，則 y 與 x 的關係式為

$$y = b \cdot 10^{mx} \tag{12}$$

若半對數座標是自然對數，則理想直線為

$$\ln y = mx + \ln b \tag{13}$$

y 與 x 的關係式為

$$y = be^{mx} \tag{14}$$

在實驗室你只要將 N 組 (x_i, y_i) 實驗數據輸入個人電腦中，然後要它在 x-y 座標圖上找直線的斜率 m 和截距 b。若在 x-y 座標上並非線性關係，則要電腦改以 $\log y - \log x$，或 $\log y - x$，或 $\ln y - x$ 畫圖。只要該圖是線性，則由該直線的 m 和 b 值即知 y 與 x 的關係式，若 y 與 x 的關係式為(10)式之指數關係，且 m=2 則其 y-x 的圖為拋物線。

希望各位同學在每一實驗中都能靈巧運用這些觀念與方法，則在其它實驗課程及將來做研究工作必受益非淺。

物理實驗幾乎每學年都有重修者，要學好此課程請注意下列規定：

(A)一般注意事項：

(1)進實驗室前必須仔細閱讀實驗課文，寫好預習報告，並思考該實驗之問題，以便在實驗中注意觀察或實驗後請教老師。為確實做好預習，老師會在實驗課程中隨時做簡短口試，若發現對內容沒有概念者，除登記扣分外，得請他另覓時間重做。

(2)實驗前先繳這次實驗的預習報告和上次的完整實驗報告。

(3)要用電之實驗，需先按圖接好線路後請老師檢查，通過後才可插上電源，實驗結束應先將各儀表歸零，關面板上開關和拔電源插座後才可拆線路。

(4)不正當使用致儀器損壞負責賠償，實驗前必先檢查器材是否齊全完好，若沒事先檢查，實驗過程發現器材損壞而無法證實是否為前組所為，則應負責修理或賠償。

(5)<u>上實驗課必帶計算機</u>，量測後當場完成計算，若有誤差過大或不合理處，必查出原因再重做，數據必經老師簽名認可才離去。下次繳的實驗報告若沒有老師簽名，該次數據成績零分計。

(B)實驗報告寫法：

(1)預習報告：應含實驗名稱、班級、座號、組別、姓名、實驗目的、儀器、原理與步驟等。

重點在原理與步驟，詳讀原理有助於建立清晰物理觀念，報告中請寫出本實驗整理數據時所需之運算公式及公式中每一參數之意義即可。請參考各實驗後面之記錄表格，寫出要完成這些表格之步驟，這兩項若照抄或漏寫要點都會被扣分。

(2)完整實驗報告：應含

(a)預習報告

(b)數據分析：在每個實驗所附的空白紙上計算，並依數據作曲線圖。

(c)問題：回答實驗中全部問題，期對本實驗之物理概念更清晰，即使該實驗物理課尚未教，亦需請教老師完成。

(d)結果與討論：以曲線圖說明實驗結果之物理意義，寫出實驗心得，可能誤差原因及改進意見等等。